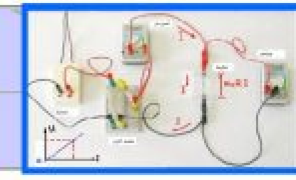
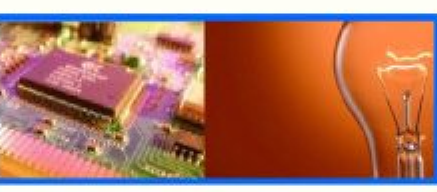








# Electrocinétique II

## Régime sinusoïdal





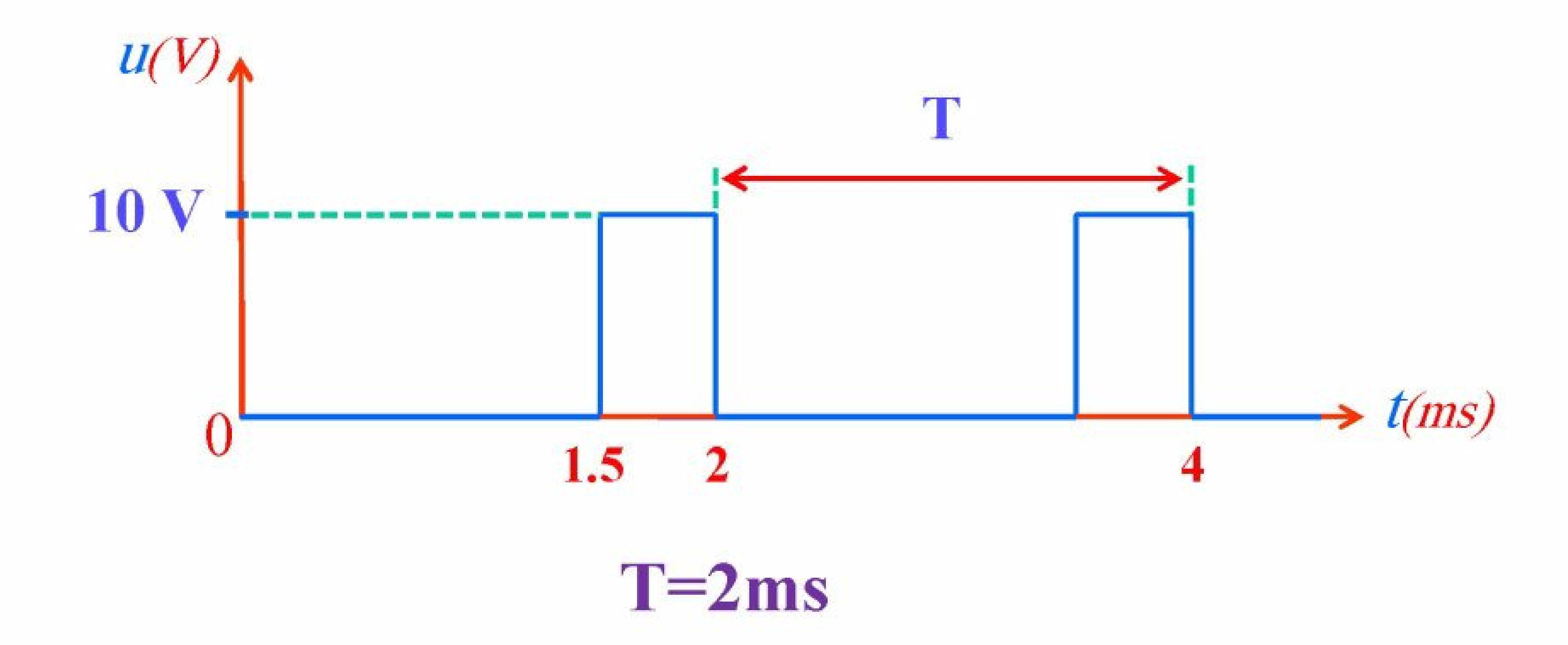

Dr. Ing. Otman Aghzout



# Introduction : les grandeurs périodiques

- Période

Un signal périodique est caractérisé par sa période :




T=2ms

## Introduction : les grandeurs périodiques

### Fréquence

La fréquence $f$ (en hertz) correspond au nombre de périodes par unité de temps :

**A.N.**

T = 2 ms ⟺ $f$ = 500 Hz (500 périodes par seconde)

### Pulsation

La pulsation est définie par :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$ (en radians par seconde)

# Introduction : les grandeurs périodiques



## HEINRICH HERTZ RUDOLF.

Physicien allemand, né à Hambourg en 1857 et mort à Bonn en 1894.

La plus grande partie de sa courte vie fut consacrée à la recherche scientifique. Dans le but de donner une base expérimentale à la théorie électromagnétique de la lumière, mise en équations par maxwell , Hertz étudia systématiquement les champs électrique et magnétique crées par des circuits oscillants de capacité et d'inductance de plus en plus petites. Il parvint ainsi, en 1888, à mettre en évidence l'existence d'ondes électromagnétiques très courtes grâce à son " résonateur". La mesure directe de leurs longueurs d'onde lui permit de vérifier que la célérité de leur propagation est, conformément aux prévisions de maxwell, égale à celle de la lumière. En 1885, Hertz découvrit l'effet photoélectrique en montrant qu' une plaque de zinc électrisée se décharge lorsqu'elle reçoit de la lumière ultraviolette .

École Nationale des Sciences
Appliquées
Tétouan, UAE

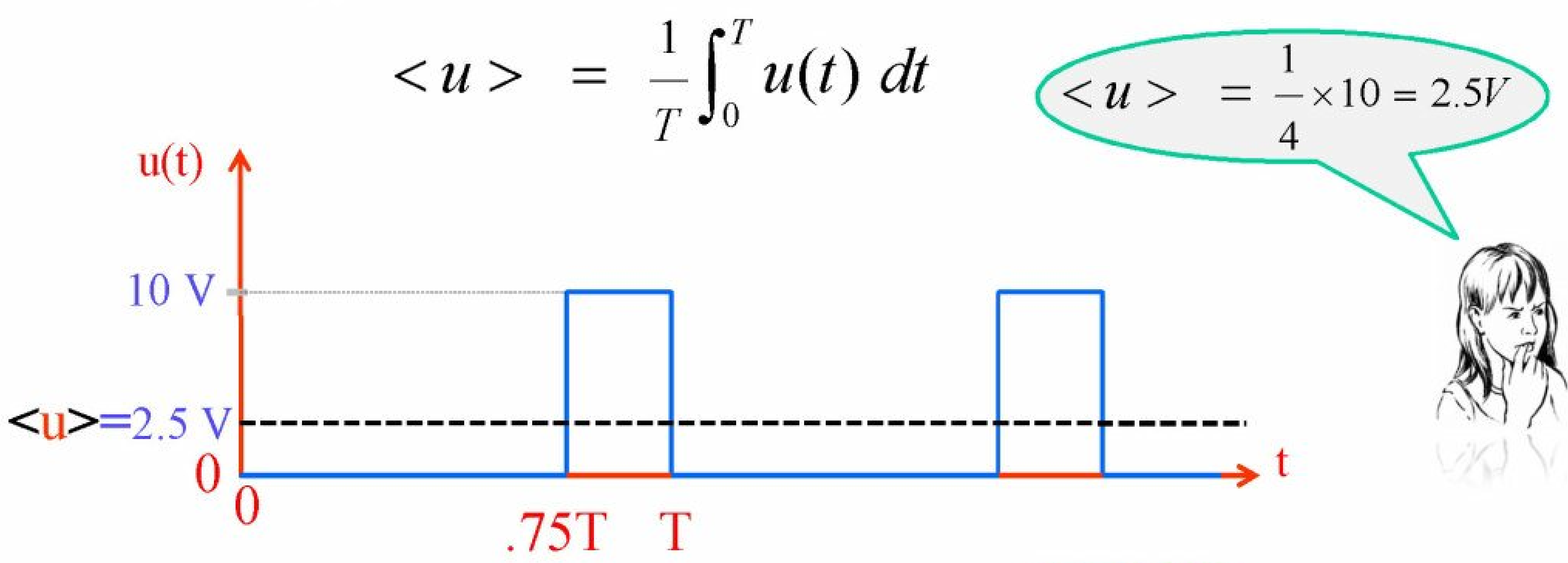


# Introduction : les grandeurs périodiques

## Valeur moyenne

On note <u> la valeur moyenne dans le temps de la tension u(t) :

$$< u > \ = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, dt$$



École Nationale des Sciences
Appliquées
Tétouan, UAE

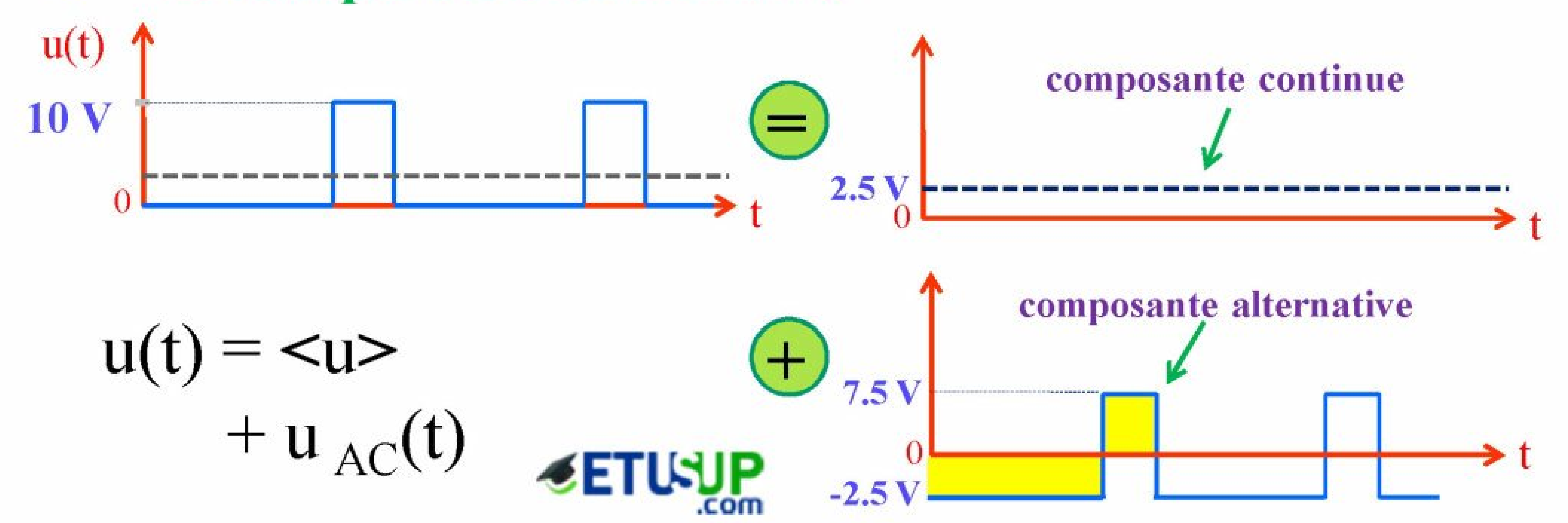


## Introduction : les grandeurs périodiques

- **Composante continue** (**DC =**) et **composante alternative** (**AC ~**)

**Une grandeur périodique a deux composantes :**

- **la composante continue** (c'est la valeur moyenne ou « offset »)
- et **la composante alternative**



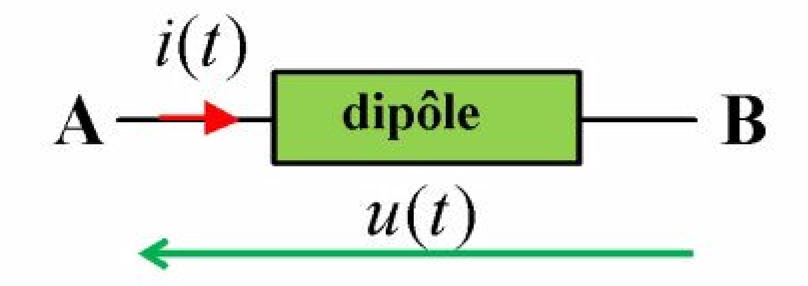
## Introduction : les grandeurs périodiques

**Remarques :**

- la composante alternative a une valeur moyenne nulle : $<u_{AC}> = 0$
- une grandeur périodique **alternative n'a pas de composante** continue : $<u> = 0$

# Introduction : les grandeurs périodiques

## Puissance électrique




$p(t)=u(t)\times i(t)$ est la puissance électrique consommée à l'instant $t$ (ou puissance instantanée).

En régime périodique, ce n'est pas $p(t)$ qu'elle est intéressant de connaître mais la puissance moyenne dans le temps :

$$\mathrm{P} = < p > = < ui > \quad \frac{1}{T}\int_0^T u(t).\, i(t)\, dt$$

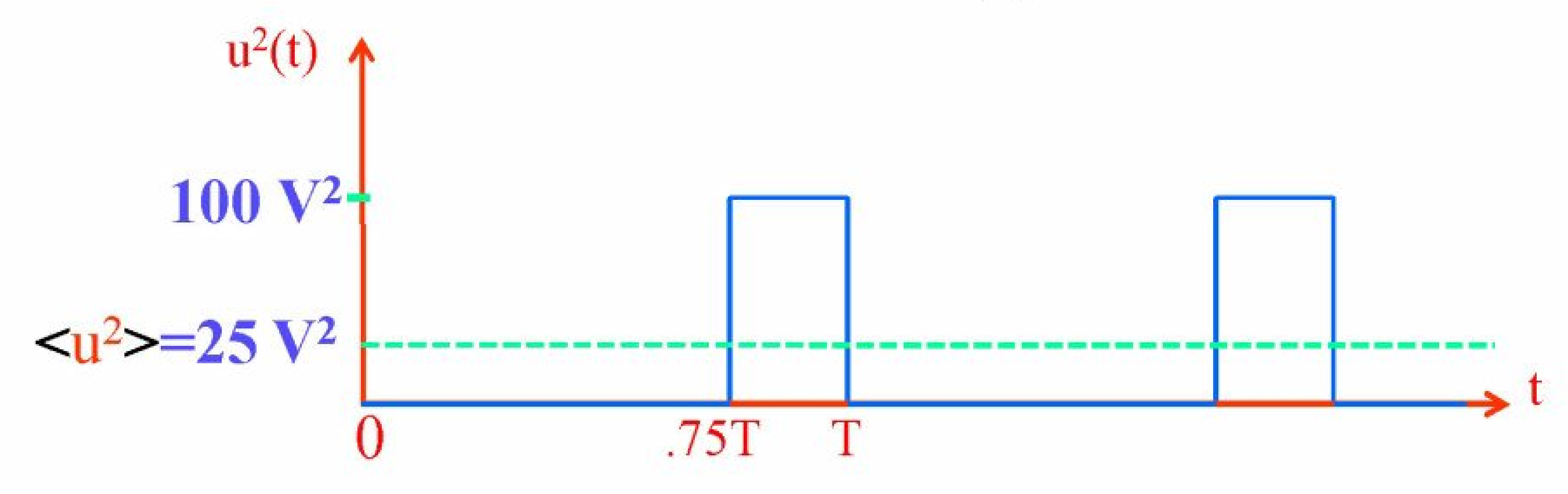
Attention : en général, $< ui > \neq < u >< i >$

# Introduction : les grandeurs périodiques

- **Valeur efficace**

Par définition, la valeur efficace $U_{eff}$ de la tension *u(t)* est :

$$U_{eff} = \sqrt{< u^2 >} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\, dt}$$




$$U_{eff} = \sqrt{100 \times \frac{1}{4}} = 5\ V$$

# Régime sinusoïdal

## Introduction : les grandeurs périodiques

### Remarques :

La valeur efficace est une grandeur positive.

$$U_{eff}^2 = <u>^2 + U_{AC\,eff}^2$$

Valeur efficace d'un courant électrique :

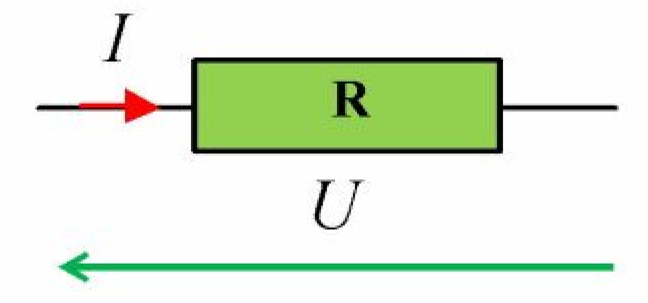
$$I_{eff} = \sqrt{<i^2>}$$

# Régime sinusoïdal

## Introduction : les grandeurs périodiques

### Signification physique de la valeur efficace

Soit une résistance parcourue par un courant **continu** :



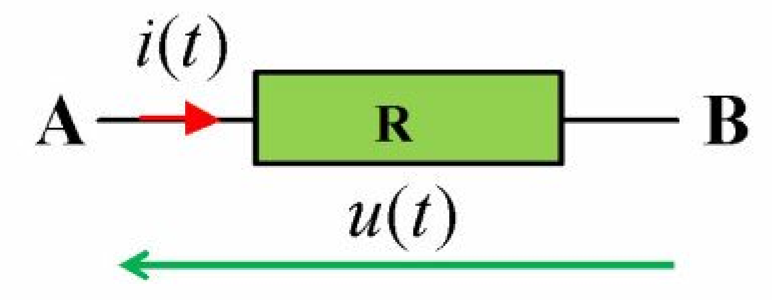

La résistance consomme une puissance électrique

$$P = RI^2 = U^2 / R \quad \text{(loi de Joule)}$$

# Régime sinusoïdal

## Introduction : les grandeurs périodiques

Soit la même résistance parcourue par un courant *périodique i(t) de* valeur efficace $I_{eff}$ :




La puissance moyenne consommée est :

$$P = \langle Ri^2 \rangle = R \langle i^2 \rangle = RI_{eff}^2 = U_{eff}^2 / R$$

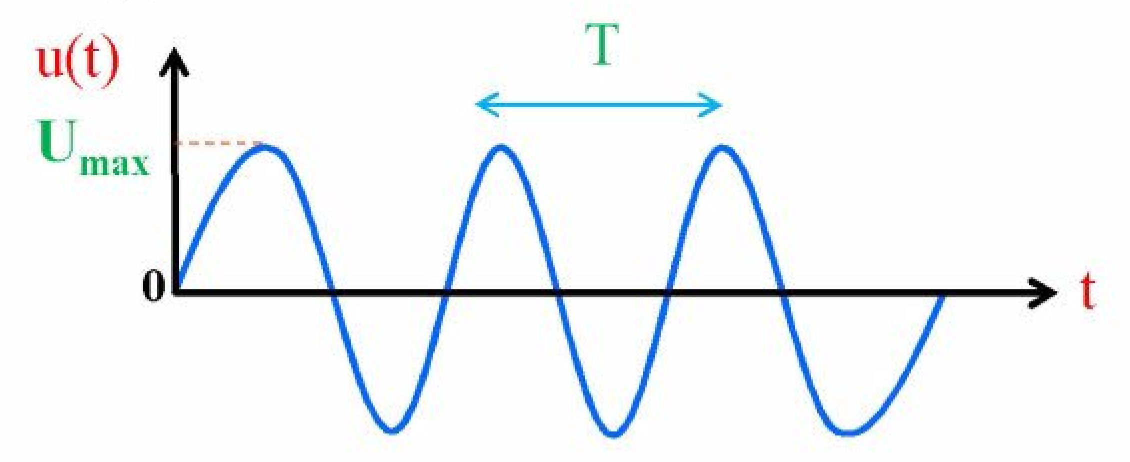
Pour avoir les mêmes effets thermiques, il faut que $I_{eff}$ soit égal à la valeur du courant en régime continu I (idem pour les tensions) :

**La notion de valeur efficace est liée à l'énergie.**

# Régime sinusoïdal

## Introduction : les grandeurs périodiques

Cas particulier des grandeurs sinusoïdales alternatives




Cas particulier des grandeurs sinusoïdales alternatives $U_{max}$ désigne la tension maximale (ou tension crête)

On montre que :

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

Exemple : EDF fournit une tension sinusoïdale alternative de valeur efficace 230 V et de fréquence 50 Hz.

Pour un courant sinusoïdal alternatif : $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

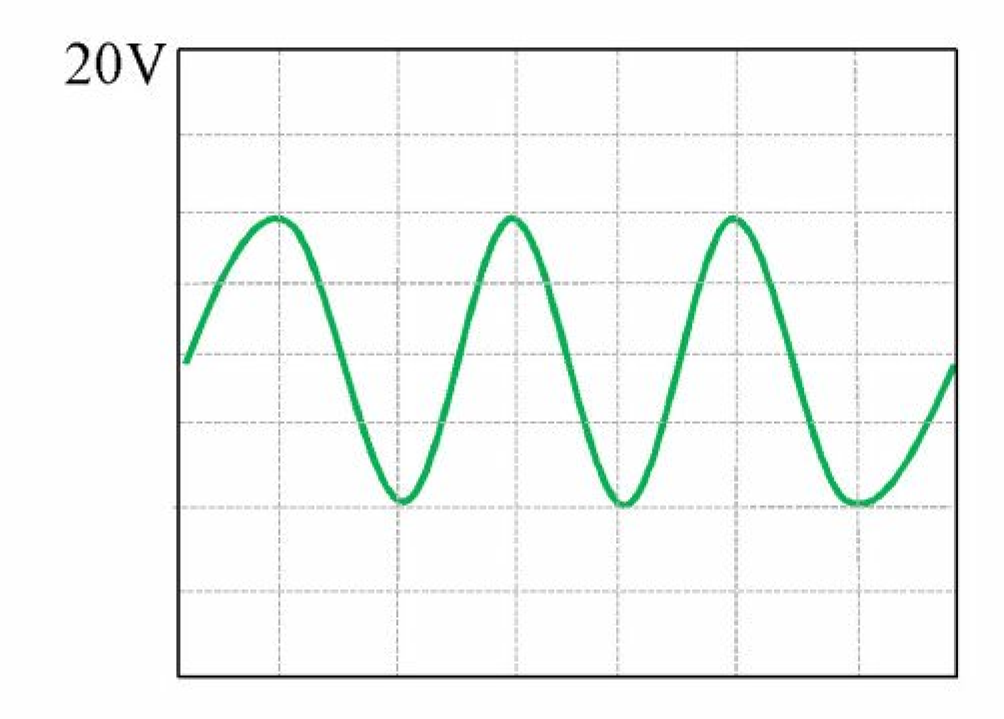
# Régime sinusoïdal

## Introduction : les grandeurs périodiques

### Application

Calculer la valeur efficace de la tension suivante :

$(<u>=15\ V)$




$$U_{eff}^2 = <u>^2 + U_{AC\,eff}^2$$

$$U_{AC\,eff} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07\ V$$

$$U_{eff} = \sqrt{15^2 + 7.07^2} = 16.58\ V$$

# Régime sinusoïdal

## Représentation des grandeurs sinusoïdales

### Fonction mathématique

$$I = I_{\max}\cos(\omega t + \varphi_i) = I_{\text{eff}}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i)$$

avec :

$I_{\text{eff}}$ : valeur efficace ($A$)

$\omega$ : pulsation ($rad/s$)

$t$ : temps ($s$)

$\omega t + \varphi_i$ : phase ($rad$)

$\varphi_i$ : phase à l'origine ($rad$)

# Représentation des grandeurs sinusoïdales

## Représentation de Fresnel

C'est une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales.

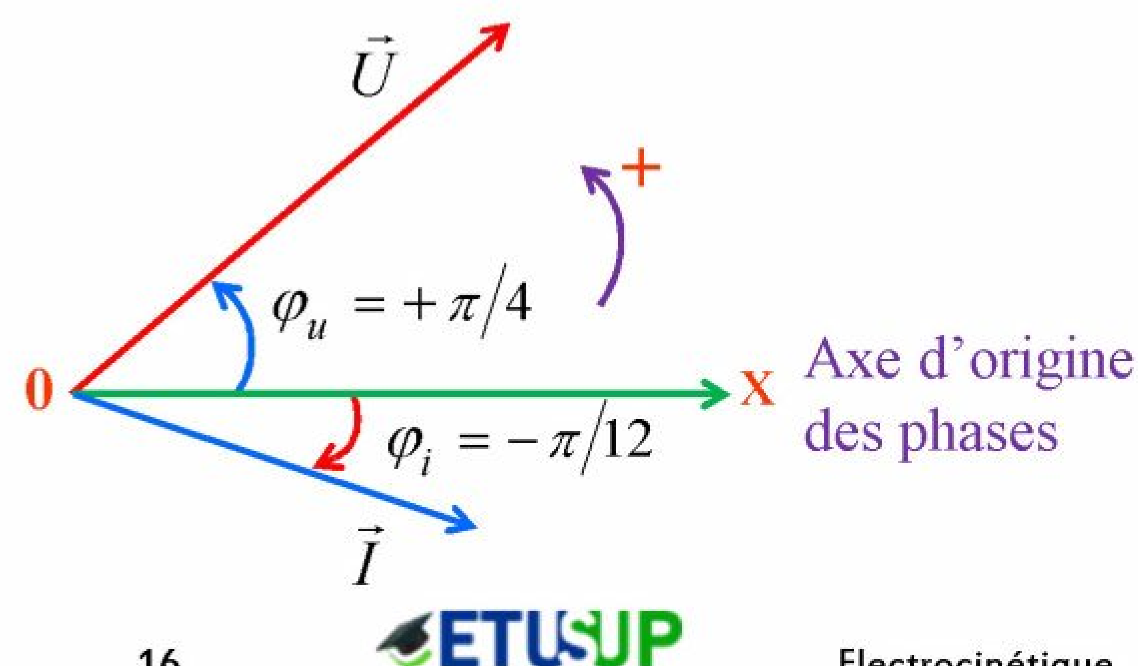
Le vecteur de Fresnel associé au courant *i(t)* est défini de la façon suivante :

$$\left\|\vec{I}\right\| = I_{max}$$

$$(ox, \vec{I}) = \varphi_i$$

$$i(t) = 3\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{12})$$

$$u(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$



École Nationale des Sciences Appliquées
Tétouan, UAE



# Représentation des grandeurs sinusoïdales

## Nombre complexe associé

Le nombre complexe *I* associé au courant *i(t)* est défini de la façon suivante :

$$\underline{I} = (I_{eff}, \varphi_i)$$

# Représentation des grandeurs sinusoïdales

## Application

Déterminer le nombre complexe associé à la tension :

$$u(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$\underline{U} = (5, +\frac{\pi}{4})$$

$$= 5\cos(+\frac{\pi}{4}) + j5\sin(+\frac{\pi}{4})$$

$$= 5\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}j$$

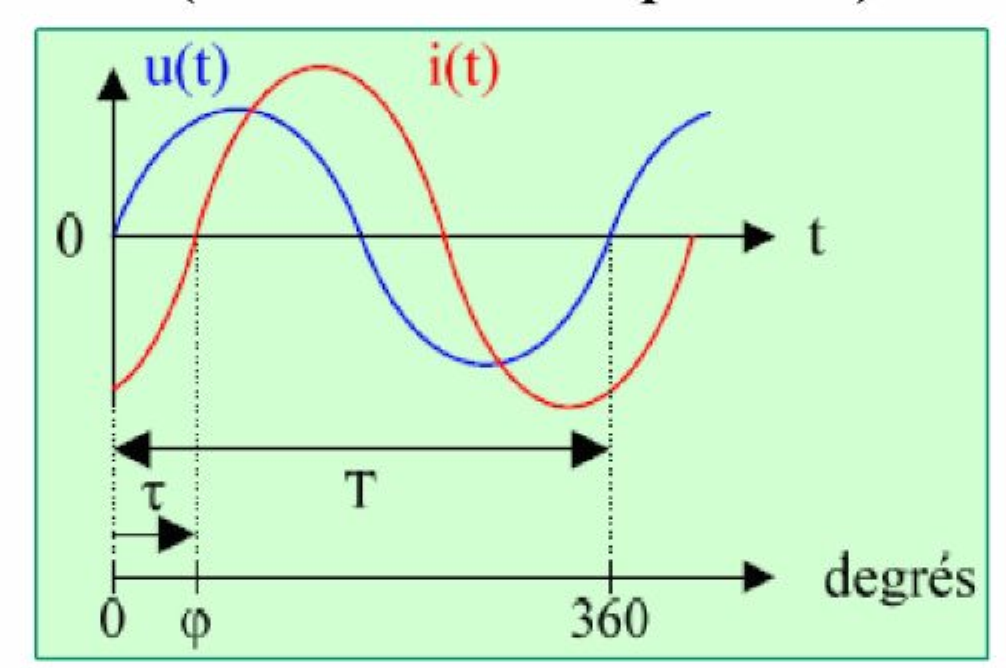
# Régime sinusoïdal

## Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

Soit deux grandeurs sinusoïdales (de même fréquence) :

$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

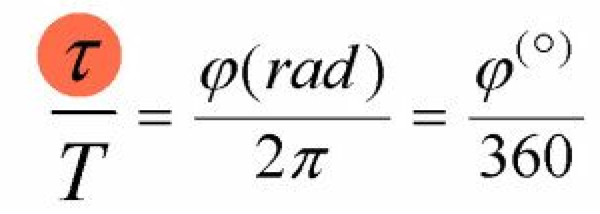
$$u(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi_u)$$




Le déphasage de *u* par rapport à *i* est par convention :

$$\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$$

$\tau$ : décalage (en s) entre les deux signaux.



$$\frac{\tau}{T} = \frac{\varphi(rad)}{2\pi} = \frac{\varphi^{(\circ)}}{360}$$

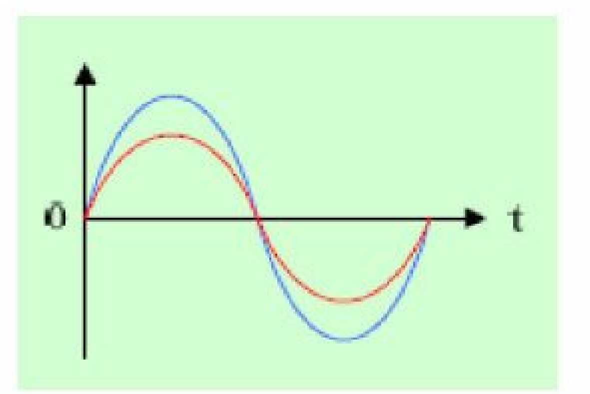
# Régime sinusoïdal

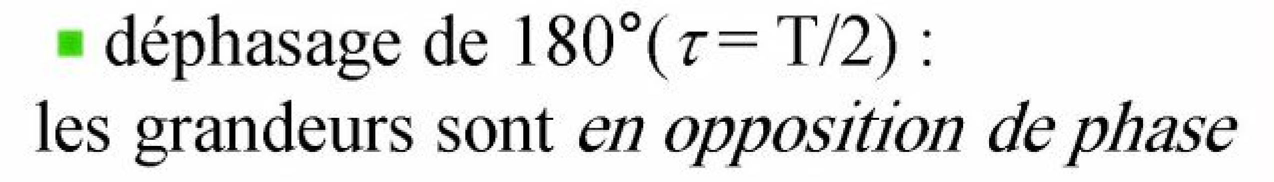
## Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

### Déphasages particuliers

- déphasage nul ($\tau = 0$) :

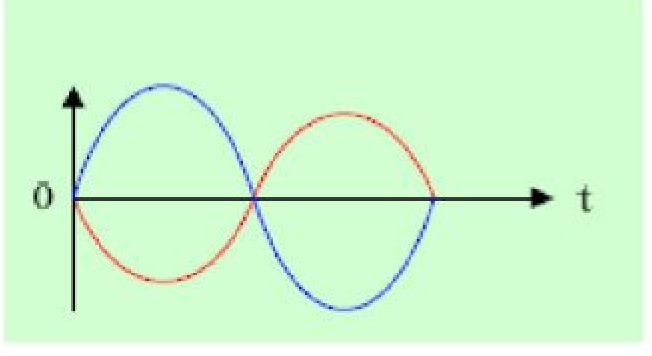
les grandeurs sont *en phase*



- déphasage de 180°($\tau = T/2$) :

les grandeurs sont *en opposition de phase*

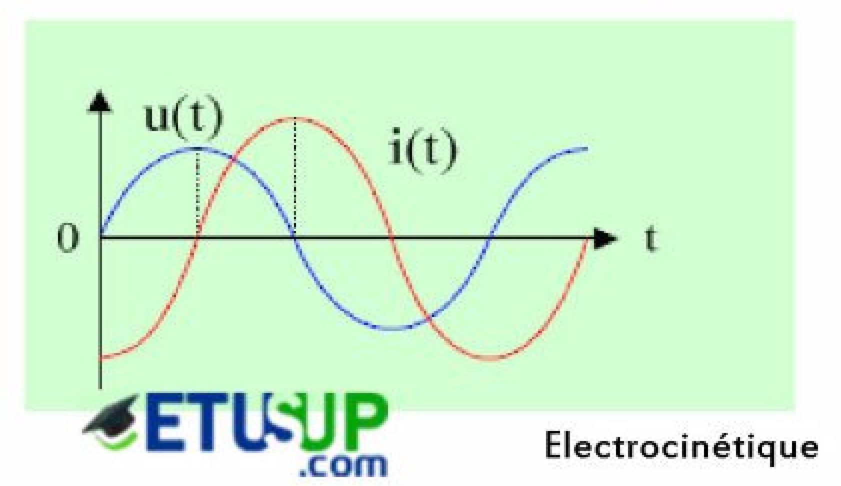



- déphasage de 90° ($\tau = T/4$) :

grandeurs *en quadrature de phase*

**N.B.** Le déphasage est une grandeur algébrique : $\varphi_{u/i} = -\varphi_{i/u}$

$\varphi_{u/i} = +90°$ : ***u*** est en quadrature avance sur ***i***.



# Régime sinusoïdal

## Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

### Application

